Iperbole (geometria)

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

L'**iperbole** (dalla parola greca *υπερβολή*, esagerazione, qualcosa di troppo) è una delle sezioni coniche.

Indice

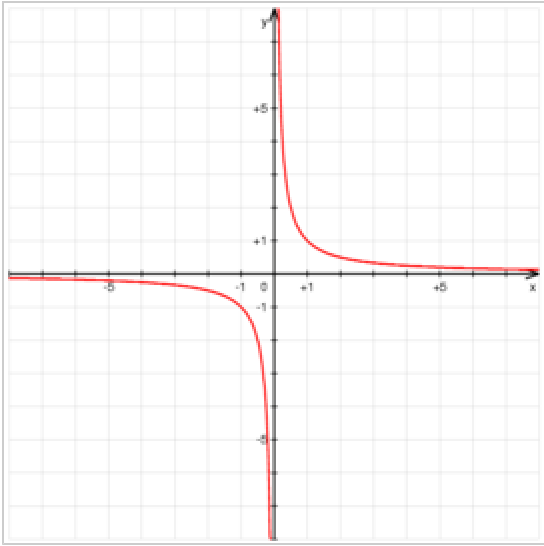

Grafico di un'iperbole equilatera.

Definizioni

In geometria proiettiva si definisce come l'intersezione di un cono circolare retto con un piano che taglia il cono in entrambe le sue falde.

In geometria analitica, fissati due punti detti fuochi e un numero reale positivo 2a, con 2a < d (F, F'), si definisce come il luogo geometrico dei punti del piano cartesiano in cui è costante (e vale 2a), il valore assoluto della differenza delle distanze dai fuochi.

In algebra, un'iperbole è una curva del piano cartesiano definita da un'equazione del tipo

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

tale che $B^2 > 4AC$, dove tutti i coefficienti sono reali, e dove esiste più di una soluzione che definisce una coppia (x, y) di punti dell'iperbole.

L'equazione generale dell'iperbole si specializza e si semplifica in alcuni casi particolari. Se l'iperbole ha il centro coincidente con l'origine degli assi coordinati e ha gli assi coincidenti con gli assi coordinati, allora se essa interseca l'asse delle *x* l'equazione diventa

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

se invece interseca l'asse delle *y* l'equazione è

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1.$$

In questo caso gli asintoti dell'iperbole hanno equazione $y = \pm\frac{b}{a}x.$

Se gli asintoti sono perpendicolari (e quindi, nel caso dell'iperbole avente gli assi coincidenti con gli assi cartesiani, se $a = b$) l'iperbole si dice **iperbole equilatera**.

Se un'iperbole equilatera viene riferita ai propri asintoti (e cioè se gli asintoti dell'iperbole coincidono con gli assi cartesiani), allora la sua equazione assume una forma molto semplice:

$$xy = c.$$

Se c è diversa da 0 a tale curva è associata la *funzione di proporzionalità inversa* $y = k / c$. Se $c = 0$ la curva degenera nell'insieme dei due assi cartesiani, individuati dall'equazione $xy = 0$.

I vari elementi associati ad una iperbole sono:

- Fuochi = due punti fissi da cui tutti i punti dell'iperbole hanno differenza costante
- Vertici = intersezioni del segmento che unisce i fuochi con i due rami dell'iperbole.
- Asintoti = due rette che si definiscono "tangenti all'infinito dell'iperbole", ovvero una coppia di rette incidenti a cui i rami dell'iperbole si avvicinano sempre più senza però mai intersecarle.

Equazioni

Equazioni cartesiane

L'iperbole avente assi paralleli agli assi cartesiani e centro nel punto $C(x_c,y_c)$ ha equazione

$$\frac{(x-x_c)^2}{a^2} - \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = 1.$$

Se si applica una rotazione degli assi di 90 gradi, si ottiene l'equazione

$$\frac{(y-y_c)^2}{a^2} - \frac{(x-x_c)^2}{b^2} = 1.$$

In entrambe le formule a è detto semiasse maggiore; è la metà della distanza tra i due rami; b è chiamato semiasse minore. Si noti che b può essere maggiore di a; questa incongruenza viene risolta da alcuni testi invertendo le costanti a e b. In questo caso l'equazione dell'iperbole che interseca l'asse delle y viene scritta come

$$\frac{(x-x_c)^2}{a^2} - \frac{(y-y_c)^2}{b^2} = -1.$$

L'eccentricità dell'iperbole può essere definita da

$$e := \sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}} = \frac{c}{a}.$$

Equazioni polari

$$r^2 = \quad a \sec 2t$$

$$r^2 = -a \sec 2t$$
$$r^2 = a \csc 2t$$
$$r^2 = -a \csc 2t$$

Equazioni parametriche

$$x = a \cosh \theta; \; y = b \sinh \theta$$
$$x = a \tan \theta; \; y = b \sec \theta$$

Voci correlate

- ellisse
- parabola
- sezione conica
- sfere di Dandelin
- settore iperbolico
- angolo iperbolico
- Funzioni iperboliche

Collegamenti esterni

- (EN) Hyperbola (http://mathworld.wolfram.com/Hyperbola.html) in Mathworld

Categorie: Sezioni coniche | Curve piane

- Ultima modifica per la pagina: 06:07, 4 set 2007.