Radicale (matematica)

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

In matematica, la **radice *n*-esima** o **radicale** di un numero reale a, scritto come $\sqrt[n]{a}$, è un numero reale b tale che $b^n = a$. Vedi radice quadrata per il caso dove $n = 2$.

Indice

Scrittura

$$\mathrm{Radice} = \sqrt[\text{indice del radicale}]{\mathrm{Radicando}}$$

Che corrisponde a:

$$\mathrm{Radice}^{\text{indice del radicale}} = \mathrm{Radicando}$$

Esempio:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

Prime osservazioni

Si tenga presente che:
• se la radice ha indice pari, il radicando deve essere maggiore o uguale a zero.
• se la radice ha indice dispari il radicando può essere un numero reale qualsiasi.

Esempi, sono calcolabili i seguenti radicali:

$$+\sqrt{9} = 3; -\sqrt{25} = -5; \sqrt[3]{8} = 2; -\sqrt[4]{16} = -2; \sqrt[3]{-27} = -3; \ldots$$

Non hanno significato in campo reale:

$$\sqrt{-9}; \sqrt{-25}; \sqrt[6]{-8}; \sqrt[4]{-16}; \sqrt[8]{-27}; \ldots$$

Operazioni fondamentali

Le operazioni con i radicali sono date dalle seguenti formule:

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b},$

- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},$
- $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}},$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
- $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$
- $\sqrt[n]{a^n} = a$
- $\sqrt[2]{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt[2]{(a + \sqrt{a^2 - b})/2} \pm \sqrt[2]{(a - \sqrt{a^2 - b})/2}$

dove *a* e *b* sono numeri positivi. Nell'ultima uguaglianza, è anche richiesto che $a^2 > b$.

Per ogni numero complesso *a* diverso da zero, ci sono *n* diversi numeri complessi *b* tali che $b^n = a$, quindi il simbolo $\sqrt[n]{a}$ non può essere usato univocamente. Se $a = 1$, parliamo di radici n-esime dell'unità.

Razionalizzazione

Nelle elaborazioni di espressioni e formule algebriche, è spesso utile manipolare i radicali usando le relazioni scritte sopra, senza tentare di calcolare il valore di ogni singolo elemento. Ad esempio, se *a* e *b* sono due numeri positivi distinti:

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b,$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^{-1} = \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

L'ultima relazione può servire per razionalizzare il denominatore di un'espressione.

Categoria: Algebra elementare

- Ultima modifica per la pagina: 00:31, 15 lug 2007.
-